

# L'analyse de Lewis-Kratzer

## Les conditionnels comme restricteurs de quantificateurs

M. Cozic (DEC, ENS) & P. Égré (CNRS, IJN)

9 mars 2008

### 1 Le conditionnel comme restricteur adverbial (Lewis, 1975)

David Lewis (1975) a étudié l'interaction qu'il y a entre conditionnels et adverbes de temps. Les exemples sont comparables aux conditionnels précédés d'un adverbe de modalité :

- (1) Toujours, s'il pleut, il fait froid
- (2) Parfois, s'il pleut, il fait froid

Ces exemples peuvent s'interpréter comme exprimant une quantification sur des moments, comme suit :

- (3)  $\forall t(P(t) \rightarrow F(t))$
- (4)  $\exists t(P(t) \wedge F(t))$

Mais Lewis remarque qu'il est plus adéquat de considérer les énoncés comme exprimant une quantification sur des situations (*cases*), si on considère d'autres adverbes, comme "souvent" : on a en réalité une quantification sur *les situations où l'antécédent du conditionnel est satisfait* :

- (5) La plupart du temps, s'il pleut, il fait froid  
[la plupart des situations où il pleut sont des situations où il fait froid]

On devrait donc exprimer les énoncés précédents plutôt en restreignant les quantificateurs :

- (6)  $[\forall w : P(w)][F(w)]$   
[chaque fois qu'il pleut], [il fait froid]
- (7)  $[\exists w : P(w)][F(w)]$   
[dans certains cas où il pleut], [il fait froid]

On pourrait donc exprimer de la même manière, en généralisant la notion de quantificateur :

- (8) La plupart du temps, s'il pleut, il fait froid  
[*Most*  $w : P(w)$ ][ $F(w)$ ], avec [*Most*  $w : P(w)$ ] un quantificateur signifiant "la plupart des  $w$  tels que  $P(w)$ ".

• Lewis constate que le conditionnel de la langue naturelle sert avant tout, précédé d'un adverbe, à restreindre le domaine de quantification de l'adverbe :

"I conclude that the *if* of our restrictive if-clauses should not be regarded as a sentential connective. It has no meaning apart from the adverb it restricts"  
(Lewis 1975, 14).

Cette observation suggère que les conditionnels stricts, ie des conditionnels matériels précédés d'un quantificateur universel, sont un cas particulier (éventuellement dégénéré) d'une théorie plus adéquate des conditionnels de la langue naturelle.

• Généralisation & radicalisation chez A. Kratzer ("Conditionals", 1991) :

"The history of the conditional is the story of a syntactic mistake. There is no two-place *if...then* connective in the logical forms of natural languages. *If*-clauses are devices for restricting the domains of various operators. Whenever there is no explicit operator, we have to posit one."

"...there is a very close relationship between *if*-clauses and operators like *must*. They are interpreted together. For each world, the *if*-clauses is added to the set of propositions the modal base assigns to that world. This means that for each world, the *if*-clauses has the function of restricting the set of worlds which are accessible from that world."

## 2 La restriction des quantificateurs

Considérons les deux énoncés suivants :

- (9) Tous les individus, s'ils sont grands, sont forts.  
[tous les individus qui sont grands sont forts]
- (10) Certains individus, s'ils sont grands, sont forts.  
[certains individus grands sont forts]

En logique des prédicats, on peut les traduire comme suit (on suppose pour faciliter les choses que

(11)  $\forall x(Gx \rightarrow Fx)$

(12)  $\exists x(Gx \wedge Fx)$

Cependant, on peut observer qu'en passant d'un énoncé à l'autre, on ne traduit pas de façon uniforme le conditionnel par un conditionnel matériel (avec  $\exists$ , on utilise une conjonction). Que se passe-t-il si on le fait ?

(13)  $\exists x(Gx \rightarrow Fx)$

(14)  $\exists x(\neg Gx \vee Fx)$

La phrase est vérifiée s'il existe un individu qui n'est pas grand. Donc, elle est également vraie s'il existe aussi des individus grands, et si tous les individus grands ne sont pas forts. Intuitivement cependant, dans ce cas, il semble faux de dire : "certains individus, s'ils sont grands, sont forts" (ie "certains individus grands sont forts").

L'inadéquation est plus éloquente encore quand on considère la quantification sur des événements :

(15) Parfois, s'il pleut, il fait froid

(16) Dans certains des cas où il pleut, il fait froid

(cf. la feuille d'exercices 3 sur le cas, plus explicite encore, du quantificateur "la plupart").

### 3 Kratzer sur les conditionnels

#### 3.1 Kratzer sur la modalité

Kratzer est l'auteure de ce que Lewis (1981) a appelé une sémantique de prémisses pour les conditionnels, mais aussi d'une analyse de la modalité qu'elle appelle "graduée", ie de la différence de force entre plusieurs modaux (type *must*, *probably*, *there is a good possibility that*, *might* en anglais), ainsi que des variétés de la nécessité (déontique, épistémique, métaphysique, etc).

- Un exemple de modalité épistémique :

(17) Jean doit être le meurtrier

(18) Etant donné l'évidence dont nous disposons, Jean doit être le meurtrier

- "a conversational background is the sort of entity denoted by phrases like what the law provides, what we know, etc. ... What the law provides is different from one possible world to another. And what the law provides in a particular world is a set of propositions.... The denotation of what we know is the function which assigns to every possible world the set of propositions we know in that world"

- Un contexte conversationnel : une fonction  $f$  qui assigne à chaque monde  $w$  un ensemble de propositions  $f(w) = \{A, B, \dots\}$ . On note  $\cap f(w)$  l'intersection de ces propositions :  $A \cap B \cap \dots$

- On peut définir la relation d'accessibilité à partir de la base modale :  $wR_f w'$  ssi  $w'$  satisfait toutes les propositions qui sont en  $f(w)$  (ie ssi  $w' \in \cap f(w)$ ).

(19) Jean doit être avec Marie

(20) Il suit de chacune des propositions du contexte conversationnel que Jean est avec Marie ( $\cap f(w) \subseteq \llbracket \text{Jean est avec Marie} \rrbracket$ )

(21)  $[\forall w' : wR_f w'] [w' \models \text{Jean est avec Marie}]$

• “there is a second conversational background involved... We may want to call it a stereotypical conversational background (“in view of the normal course of events”). For each world, the second conversational background induces an ordering on the set of world accessible from that world”.

**Définition d'un ordre** :  $\forall w, w' \in W, \forall A \in \mathcal{P}(W) : w \leq_A w' \text{ ssi } \{P; P \in A \wedge w' \in P\} \subseteq \{P; P \in A \wedge w \in P\}$

$A$  représente un idéal, un ensemble de propositions qui constituent une norme :  $w \leq_A w'$  signifie que toutes les propositions de la norme qui sont satisfaites par  $w'$  sont aussi satisfaites par  $w$ .

### 3.1.1 Résumé : deux types de contextes

Un contexte est défini chaque fois comme un ensemble de propositions.

• **Base modale** : la base modale détermine, pour chaque monde, l'ensemble des mondes accessibles. Elle représente les données disponibles (“ce que nous savons, étant donné l'évidence dont nous disposons”).

• **Source d'ordre** : pour chaque monde, l'ensemble des mondes accessibles est ordonné depuis ce monde. La source d'ordre est un ensemble de propositions dont le rôle est normatif.

### 3.1.2 Nouvelle définition de la nécessité

Pour Kratzer, les expressions de modalité sont doublement relatives, à une base modale, et à une source d'ordre.

**Définition** :  $w \models_{f,g} \Box \phi$  ssi pour tout  $u$  tel que  $wR_f u$ , il existe  $v$  tel que  $wR_f v$  et :

- $v \leq_{g(w)} u$
- pour tout  $z$  tel que  $wR_f z$  : si  $z \leq_{g(w)} v$ , alors  $z \models_{f,g} \phi$

### 3.1.3 Un exemple

Kratzer distingue dans sa sémantique entre : une “bonne possibilité” et une “simple possibilité” (la force modale n'est pas la même, mais le type de modalité, la base modale et la source d'ordre sont supposées constantes).

- Bonne possibilité que  $\phi$  :  $\exists u \forall v (v \leq_{g(w)} u \Rightarrow v \models_{f,g} \phi)$
- Simple possibilité que  $\phi$  :  $\exists u \forall v (v \leq_{g(w)} u \Rightarrow \exists z : z \leq_{g(w)} v \wedge z \models_{f,g} \phi)$

## 3.2 Le problème de la portée des modaux dans les conditionnels

(22) Si un meurtre se produit, les jurés doivent se réunir (au vu de ce que préconise la loi).

(23) un meurtre se produit  $\rightarrow$  doivent (les jurés se réunir)

(24)  $(p \rightarrow \Box q)$

(25) doit (un meurtre se produit  $\rightarrow$  les jurés se réunir)

(26)  $\Box(p \rightarrow q)$

### Problèmes :

1) problème avec l'analyse  $\Box(p \rightarrow q)$ . Supposons que la loi préconise "il ne doit pas y avoir de meurtre" :  $\Box\neg p$ . Alors  $\Box(p \rightarrow q)$  est satisfait trivialement. Et plus généralement,  $\Box(p \rightarrow q)$  est satisfait pour tout conséquent  $q$

2) problème avec l'analyse  $p \rightarrow \Box q$ . Dans le cas où  $p$  est vrai, ie ou un meurtre se produit, la phrase sera vraie si il suit de la loi que les jurés doivent se réunir (inconditionnellement). Mais c'est trop fort : cela revient à dire "soit aucun meurtre ne se produit, soit il suit de la loi que les jurés doivent se réunir".

### 3.3 L'analyse de Kratzer

$\llbracket \text{si } \phi \text{ alors doit } \psi \rrbracket^{f,g} = \llbracket \text{doit } \psi \rrbracket^{f',g}$ , avec : tout  $w$ ,  $f'(w) = f(w) \cup \{ \llbracket \phi \rrbracket^{f,g} \}$ .

"the analysis implies that there is a very close relationship between *if*-clauses and operators like *must*. They are interpreted together. For each world, the *if*-clause is added to the set of propositions the modal base assigns to that world. This means that for each world, the *if*-clause has the function of restricting the set of worlds which are accessible from that world".

- La nécessité déontique :

(27) (Au vu de la loi) personne ne doit commettre de meurtre

(28)  $\Box\neg p$

(29) (Au vu de la loi) Si quelqu'un commet un meurtre, alors les jurés doivent se réunir.

(30)  $(\Box_p)q$

"the example involves a deontic conversational background. Being normative, this conversational background constitutes the ordering source. The modal base is initially empty, no factual premises have to be considered".

- Analyse de l'exemple :

Considérons :  $g(w) = \{\text{personne ne commet de meurtre, si quelqu'un commet un meurtre, les jurés se réunissent}\}$ , et  $f(w) = \emptyset$

Supposons :  $u \models \neg p$ ;  $v \models p, q$ ;  $z \models p, \neg q$ . On peut vérifier que :  $u <_{g(w)} v <_{g(w)} z$

- On a bien :  $w \models_{f,g} \Box\neg p$  : car  $u$  est tel que  $u$  est plus idéal que tout autre monde, et  $u$  satisfait  $\neg p$ .

- Or :  $w \models_{f,g} (\Box_p)q$  ssi  $w \models_{f',g} \Box q$ , avec  $f'(w) = f(w) \cup \{ \llbracket p \rrbracket^{f,g} \} = \{ \{v, z\} \}$ . Et de même, on a cette fois :  $v$  est un élément de  $\cap f'(w) = \{v, z\}$  qui est plus idéal que tout autre monde relativement à  $g(w)$  et qui satisfait  $q$ .

### 3.4 Les conditionnels nus

Que dire des conditionnels qui ne comportent pas de modalité ouvertement exprimée ? Kratzer considère que tous les conditionnels sont en fait implicitement modalisés à l'aide d'un opérateur de nécessité :

(31) Si Marie vient, Pierre sera content

(32) [Nécessairement : Marie vient][Pierre sera content]

Le type de nécessité peut varier selon le contexte cependant (nous y reviendrons).

### 3.5 Conséquence de l'analyse de Kratzer-Lewis

La conception des conditionnels comme restricteurs de quantificateur va dans le sens de l'analyse 2 des conditionnels de Lewis, plutôt que dans le sens de l'analyse 1 de Stalnaker, au sens où il est naturel de supposer que l'antécédent d'un conditionnel sélectionne non pas un unique monde possible le plus proche du monde actuel, mais un ensemble de mondes possibles les plus proches du monde actuel (cf. Schlenker 2001) :

"A major insight in the recent history of conditionals was that in these examples *if*-clauses restrict generalized world or event quantifiers (Lewis 1975). But if *if*-clauses are construed as singular descriptions, there is no way this can be done" (Schlenker 2001).

## 4 Références

D. Lewis (1975), Adverbs of Quantification, repr. in D. Lewis, *Papers in Philosophical Logic*, chap. 1, Cambridge UP.

A. Kratzer (1991), Conditionals, in A. von Stechow, D. Wunderlich (eds.), *Semantik : ein Internationales Handbuch des zeitgenössischen Forschung*, de Gruyter, pp. 651-56.

K. von Fintel (1998), Quantifiers and 'If'-Clauses, *The Philosophical Quarterly*, 209-214.

K. von Fintel & S. Iatridou (2002), If and When If -Clauses Can Restrict Quantifiers. Paper for the Workshop in Philosophy and Linguistics at the University of Michigan, November 8-10, 2002.

W. Lycan (2001), *Real Conditionals*, Oxford UP.