

Sens et Interprétation

Exercices

P. Égré (CNRS, IJN)
paul.egre@ens.fr

A rendre le 15 novembre 2010

1. **Validité et propriétés de la connaissance.** En cours nous avons vu que le schéma $Kp \rightarrow p$ est valide ssi la relation d'accessibilité épistémique associée est réflexive. Refaire la preuve que $Kp \rightarrow KKp$ est valide ssi la relation d'accessibilité associée est transitive. Montrer de la même façon que $\neg Kp \rightarrow K\neg Kp$ est valide ssi la relation est euclidienne. Montrer que $K\neg p \rightarrow \neg Kp$ est valide ssi la relation est sérielle.

2. **Les entiers consécutifs.** Soit un jeu entre a et b tel que a et b reçoivent chacun un entier. Il est connaissance commune entre a et b que les entiers sont consécutifs. Toutefois, seul a peut voir son nombre, et seul b peut voir son nombre.

a) Représentez la situation d'incertitude de a et b à l'aide d'un modèle de Kripke, où chaque état sera représenté par une paire d'entiers, l'entier de a et l'entier de b .

Supposez que a reçoit un 5 et b un 6:

b) Représenter en logique épistémique le fait que a ne sait pas si b a un 6 ou un 4, et que b ne sait pas si a a un 5 ou un 7.

c) Montrer, en vous servant de la définition itérative de la connaissance commune, qu'il n'est pas connaissance commune entre a et b que leurs nombres sont inférieurs à 10 lorsque a a un 5 et b un 6. Est-il connaissance commune que leurs nombres sont inférieures à 100? à 1000 ?

d) Que pensez-vous de ces prédictions ? Discutez.

e) Quel lien faites vous entre cette situation et celle du jeu électronique de Rubinstein ?

3. **De Aumann à Kripke.** Reprenez l'exemple (7) de la feuille de cours. Représentez les relations d'incertitude de a et b à l'aide d'un modèle de Kripke.

4. **Quelques propriétés des relations** Une relation est symétrique ssi xRy implique yRx .

a) Montrer que si une relation est euclidienne et réflexive, alors elle est symétrique et transitive.

b) Montrer que si relation est telle qu'il existe au moins deux points x et y telle que xRy , et que la relation est transitive et symétrique, alors elle est réflexive.

5. **Croyance commune** Construisez un modèle qui montre que si une proposition n'est pas croyance commune entre des agents, il ne suit pas qu'il est croyance commune qu'elle n'est pas croyance commune.